3°/

a) aff $\overrightarrow{AB} = z_B - z_A = 3 + 2i - (-1 + i) = 4 + i$

aff $\overrightarrow{AM_0''} = z_{M_0''} - z_A$

$z_{M_0''} = (1 + i)(2+4i) - 1 + 3i$

$= 2 + 4i + 2i - 4 - 1 + 3i = -3 + 9i$

aff $\overrightarrow{AM_0''} = (-3 + 9i) - (-1 + i) = -2 + 8i$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM_0''} = 4 \times (-2) + (1 \times 8) = -8 + 8 = 0$

D'où $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AM_0''}$

b) aff $\overrightarrow{AM''} = z_{M''} - z_A = (1+i)\,\overline{z} + 2i = (1 + i)(x - yi) + 2i$

$= x - yi + xi + y + 2i$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM''} = 4(x+y) + x + 2 - y = 5x + 3y + 2$

$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AM''} \Leftrightarrow 5x + 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow 5x + 3y = -2$

$5x + 3y = 5(-1) + 3 \times 1$

$5(x + 1) = 3(-y + 1)$ et comme $5 \wedge 3 = 1$

$\Rightarrow$ 3 divise $(x + 1)$ et par suite $x + 1 = 3k$ où $k \in \mathbb{Z}$

$x = 3k - 1$

on a : $3(1 - y) = 5(x + 1) \Leftrightarrow 3(1 - y) = 5(3k) \Leftrightarrow$

$1 - y = 5k$

$y = -5k + 1$

Conclusion : $S_{\mathbb{Z}^2} = \{(3k - 1, -5k + 1)$ où $k \in \mathbb{Z}\}$